

Wirtschaftliche Grundlagen, WiSe 2026/27

Folien 2: Kostenorientierte Produktionsplanung

Prof. Tom Brown, Dr. Fabian Neumann

Fachgebiet Digitaler Wandel in Energiesystemen

Institut für Energietechnik, TU Berlin

1. Kosten und Produktionsentscheidungen
2. Deckungsbeitragsrechnung
3. Kostenkurven und optimales Angebot
4. Monopol und Wohlfahrt
5. Cournot-Oligopol

Kosten und Produktionsentscheidungen

- Die Kosten hängen von der produzierten Menge ab. Welche Menge maximiert den **Gewinn** einer Firma?
- Der Umsatz muss langfristig sowohl **variable Kosten** (Material, Energie) als auch **Fixkosten** (Gebäude, Mieten, Zinsen) decken. Wie unterscheiden sich diese Kostenklassen?
- Wie unterscheiden sich Produktionsentscheidungen im **Polypol**, im **Monopol** und im **Oligopol**?

- **Fixkosten** sind unabhängig von der Produktionsmenge Q . Sie fallen kurzfristig auch bei $Q = 0$ an.
- Beispiele: Gebäudemieten, Zinsen, Löhne fest angestellter Beschäftigter sowie Wartung und Instandhaltung von Maschinen.
- **Variable Kosten** hängen von Q ab. Im betrachteten Modell verschwinden sie bei $Q = 0$.
- Beispiele: Material, Energie, Rohstoffe und mengenabhängig zugekaufte Leistungen.

Fixkosten lassen sich auf Stückzahlen *verteilen*; ihre Höhe wird dadurch aber nicht von der Stückzahl verursacht.

Produkt	Variable Kosten	Fixkosten
Buch	Papier, Klebstoff	Aufwand der Autor*innen, Verlagsmieten
E-Book	Fast keine	Aufwand der Autor*innen, Verlagsmieten
Kohlestrom	Brennstoff, CO ₂ -Zertifikate	Finanzierung des Kraftwerks, Löhne, Mieten, Wartung
Windstrom	Fast keine	Finanzierung der Anlage, Landpacht, Wartung
Dose	Material, Energie	Finanzierung der Fabrik, Löhne, Mieten, Wartung
Impfstoff	Material, Verpackung	Forschung und Entwicklung, Finanzierung der Fabrik

Viele neue Produkte haben geringe variable Kosten:

- Internet-Dienstleistungen: E-Books, YouTube, Netflix, Wikipedia
- Strom aus Wind und Solar
- Elektroautos mit erneuerbarem Strom
- Massive Open Online Courses (MOOCs)
- Automatisierung und künstliche Intelligenz

Welche Rolle spielt dann das Kapital?

Geringe variable Kosten bedeuten nicht, dass die Bereitstellung insgesamt kostenlos ist.



Jeremy Rifkin, Campus

- **Kurze Frist:** Gebäude, Maschinen und Personalbestand stehen fest. Bei gegebenen Produktionskapazitäten kann die produzierte Menge angepasst werden.
- **Lange Frist:** Neue Investitionen, Erweiterungen oder Stilllegungen verändern auch die Produktionskapazitäten.

Heute: **kurzfristige Produktionsentscheidungen.**

Die Vorlesung *Investitionen* behandelt langfristige Entscheidungen.

Entscheidend: Kurzfristig unvermeidbare Fixkosten ändern sich nicht mit der produzierten Menge.

Deckungsbeitragsrechnung

Ein Unternehmen stellt drei Produkte her. Sollte es Produkt C einstellen?

	A	B	C
Umsatz	800	500	700
Variable Kosten	350	150	400
Fixkosten	150	150	500
Gesamtkosten	500	300	900
Betriebsergebnis	300	200	-200
Gesamtergebnis		300	

Die Fixkosten bleiben kurzfristig bestehen, auch wenn C eingestellt wird.

	A	B	C
Umsatz	800	500	0
Variable Kosten	350	150	0
Fixkosten	150	150	500
Gesamtkosten	500	300	500
Betriebsergebnis	300	200	-500
Gesamtergebnis		0	

Der **Deckungsbeitrag** zeigt, wie viel jedes Produkt zur Deckung der Fixkosten beiträgt.

	A	B	C
Umsatz	800	500	700
Variable Kosten	350	150	400
Deckungsbeitrag	450	350	300
Gesamtdeckungsbeitrag	1 100		
Fixkosten	800		
Gesamtergebnis	300		

Vollkostenrechnung

Für die Preiskalkulation werden alle periodengerechten Kosten erfasst und den Kostenträgern zugewiesen.

$$\begin{array}{r} \text{Umsatzerlöse} \\ - \text{variable Kosten} \\ - \text{fixe Kosten} \\ \hline = \text{Periodenerfolg} \end{array}$$

Teilkostenrechnung

Für kurzfristige Entscheidungen werden variable Kosten mit den am Markt erzielbaren Erlösen verglichen.

$$\begin{array}{r} \text{Umsatzerlöse} \\ - \text{variable Kosten} \\ \hline = \text{Deckungsbeitrag I} \end{array}$$

Der Deckungsbeitrag I dient zur **Deckung der Fixkosten und des Gewinns**.

	Produkt 1	Produkt 2	Summe
Umsatz	50 000	42 000	92 000
Abzüglich variable Kosten	−34 000	−20 000	−54 000
Deckungsbeitrag I	16 000	22 000	38 000
Abzüglich produktspezifische Fixkosten	−20 000	−12 000	−32 000
Deckungsbeitrag II	−4 000	10 000	6 000

$$\text{DB II} = \text{DB I} - \text{produktspezifische Fixkosten}$$

Produktspezifische Fixkosten: direkt zurechenbare Werbung, Entwicklung und andere Produktionsfixkosten.

DB II trägt zur Deckung der **übrigen Unternehmensfixkosten** bei, etwa Imagewerbung, Büromieten und Personalverwaltung.

- Kurzfristige Entscheidungen für Produktion, Beschaffung und Vertrieb
- Bestimmung von Preisuntergrenzen
- Vergleichbarkeit von Produktgruppen
- Programmoptimierung: gewinnmaximaler Produktionsplan
- Kostentransparenz in hierarchischen Mehrebenensystemen

$$\text{Deckungsbeitrag} = \text{Erlös} - K_{\text{var}},$$

$$\text{Gewinn} = \text{Deckungsbeitrag} - K_{\text{fix}}.$$

Für ein Mehrproduktunternehmen:

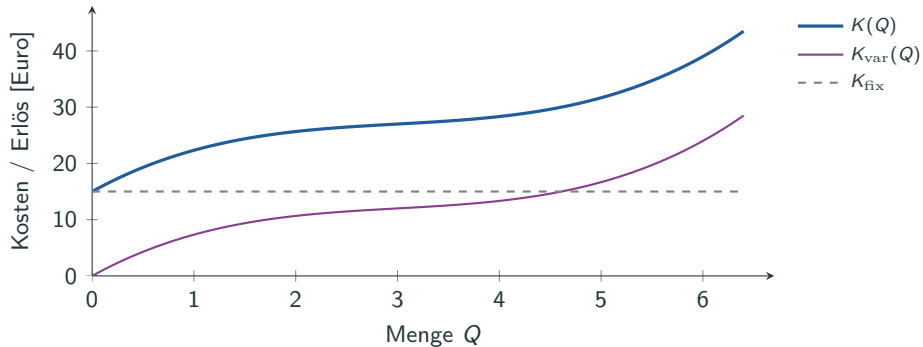
$$\text{DB I}_i = \text{Umsatzerlös}_i - K_{\text{var},i},$$

$$\text{DB II}_i = \text{DB I}_i - \text{Produktionsfixkosten}_i,$$

$$\text{Betriebsergebnis} = \sum_i \text{DB II}_i - \text{Unternehmensfixkosten}.$$

Unternehmensfixkosten lassen sich keinem einzelnen Produkt, keiner Produktparte oder einzelnen Kostenstelle zurechnen.

Kostenkurven und optimales Angebot



$$K(Q) = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q)$$

- **Fixkosten** K_{fix} : unabhängig von Q , kurzfristig auch bei Stillstand zu zahlen.
- **Variable Kosten** $K_{\text{var}}(Q)$: abhängig von Q ; im Modell gilt $K_{\text{var}}(0) = 0$.

$$K(Q) = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q)$$

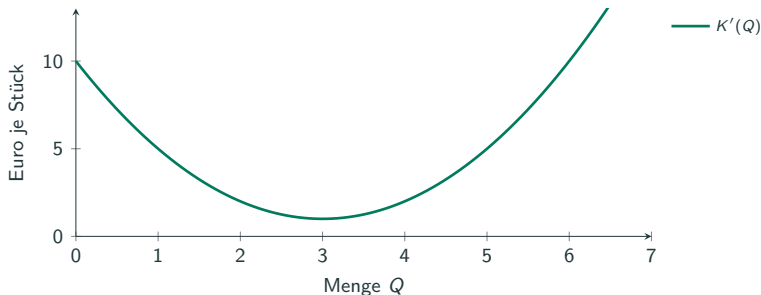
Durch die Division durch $Q > 0$ erhält man die **Stückkosten**:

$$\frac{K(Q)}{Q} = \frac{K_{\text{fix}}}{Q} + \frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q}.$$

Bei höherer Produktion verteilen sich dieselben Fixkosten auf mehr Einheiten.

Die **Grenzkosten** beschreiben die zusätzlichen Kosten einer weiteren Produktionseinheit:

$$K'(Q) = \frac{dK}{dQ} = \frac{dK_{\text{var}}}{dQ}.$$



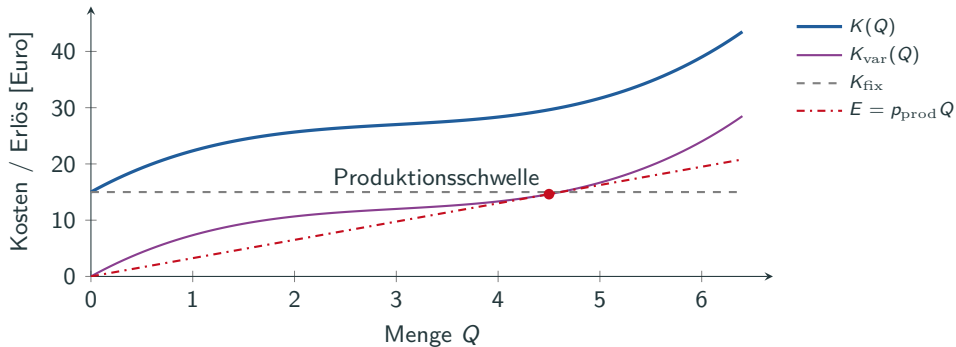
Der Erlös ist $E = pQ$. Die **Produktionsschwelle** ist der niedrigste Preis, bei dem der Erlös die variablen Kosten decken kann:

$$p_{\text{prod}} = \min_{Q>0} \frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q}.$$

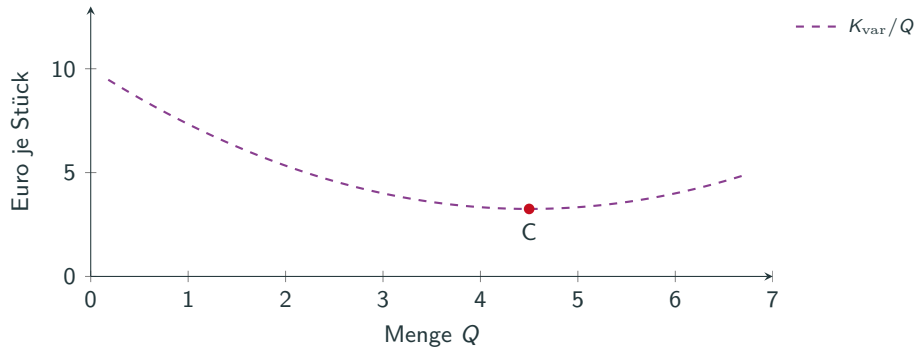
An der Schwelle gilt:

$$E = K_{\text{var}}, \quad \text{DB} = 0, \quad \Pi = -K_{\text{fix}}.$$

- Unterhalb der Schwelle: Produktion einstellen.
- Oberhalb: Produktion kann zur Deckung der Fixkosten beitragen.
- Genau an der Schwelle: Produktion und Stillstand ergeben denselben Verlust, sofern keine weiteren Anfahr- oder Stilllegungskosten anfallen.



$$p_{\text{prod}} Q_{\text{prod}} = K_{\text{var}}(Q_{\text{prod}})$$



C: Produktionsschwelle, $p_{\text{prod}} = \min_{Q>0} K_{\text{var}}(Q)/Q$.

Am inneren Minimum der variablen Stückkosten gilt:

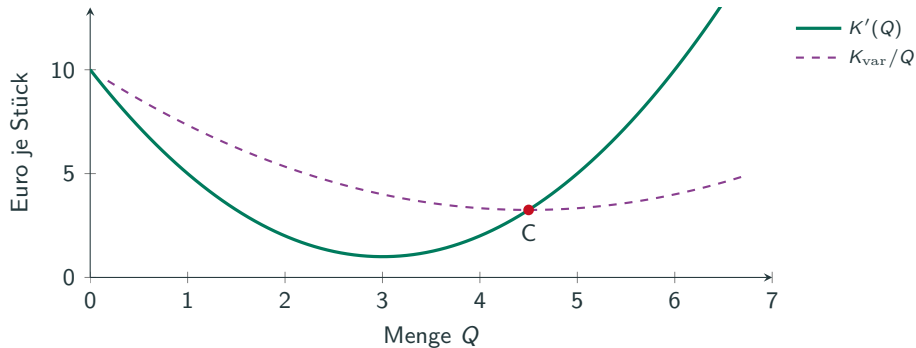
$$0 = \frac{d}{dQ} \left(\frac{K_{\text{var}}}{Q} \right) = \frac{1}{Q} \frac{dK_{\text{var}}}{dQ} - \frac{K_{\text{var}}}{Q^2}.$$

Multiplikation mit Q ergibt:

$$\boxed{\frac{K_{\text{var}}}{Q} = \frac{dK_{\text{var}}}{dQ} = K'(Q)}$$

An der Produktionsschwelle sind **variable Stückkosten und Grenzkosten gleich**.

Dabei ist $Q > 0$ die produzierte und verkaufte Menge.



$$C: K_{\text{var}}/Q = K'(Q) = p_{\text{prod}}.$$

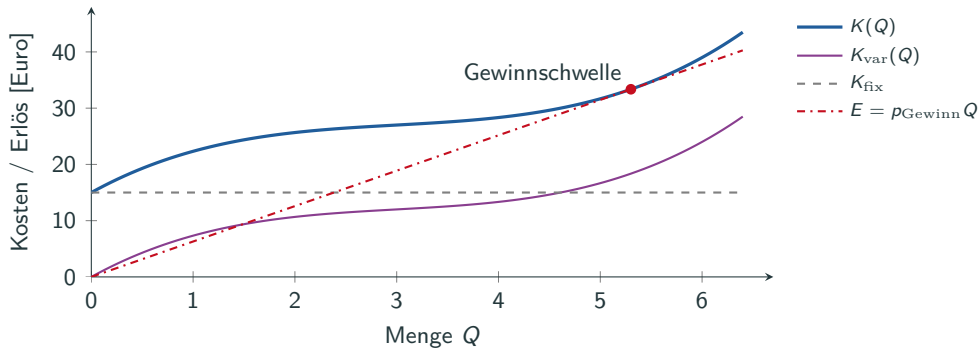
An der **Gewinnschwelle** deckt der Erlös die Gesamtkosten:

$$E = p_{\text{Gewinn}} Q = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q), \quad \Pi = 0.$$

Der niedrigste kostendeckende Preis ist

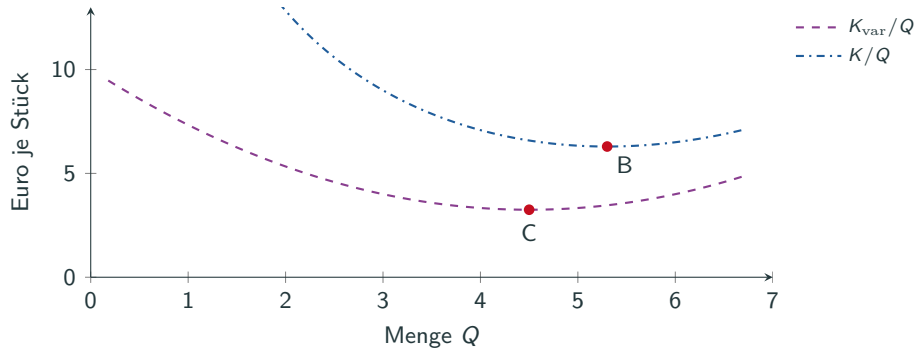
$$p_{\text{Gewinn}} = \min_{Q>0} \frac{K(Q)}{Q}.$$

- $DB \geq K_{\text{fix}}$: alle Kosten sind gedeckt.
- $0 < DB < K_{\text{fix}}$: kurzfristig weiterproduzieren; langfristig Kosten und Kapazität überprüfen.
- $DB < 0$: Stillstand verringert den Verlust im betrachteten kurzfristigen Modell.



$$p_{\text{Gewinn}} Q_{\text{Gewinn}} = K(Q_{\text{Gewinn}})$$

Minimum der gesamten Stückkosten



B: Gewinnschwelle.

C: Produktionsschwelle.

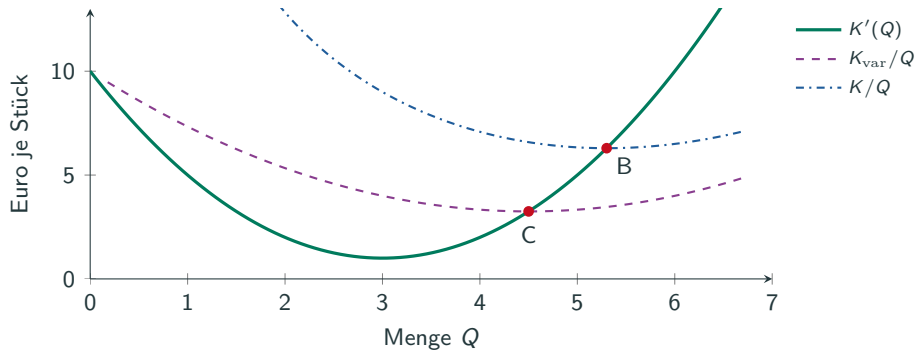
Am inneren Minimum der durchschnittlichen Gesamtkosten gilt:

$$0 = \frac{d}{dQ} \left(\frac{K}{Q} \right) = \frac{1}{Q} \frac{dK}{dQ} - \frac{K}{Q^2}.$$

Daraus folgt:

$$\boxed{\frac{K}{Q} = \frac{dK}{dQ}}$$

An der Gewinnschwelle sind **durchschnittliche Gesamtkosten und Grenzkosten gleich**.



B: $K/Q = K'(Q)$. C: $K_{\text{var}}/Q = K'(Q)$.

Im Polypol ist die Firma **Preisnehmerin**: p ist gegeben. Sie passt die Menge an.

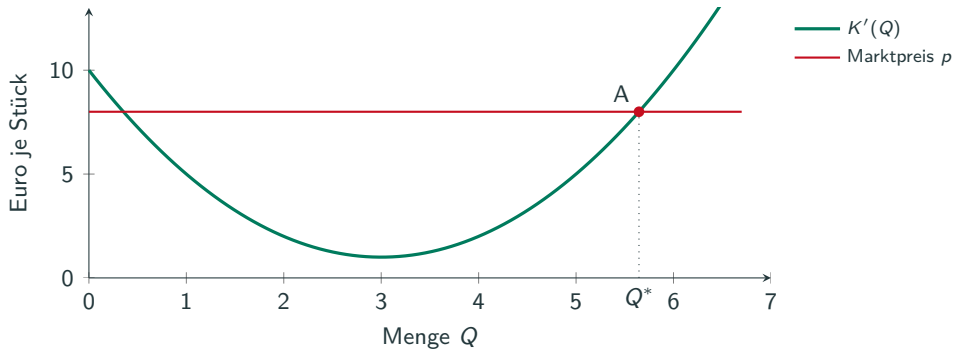
$$\max_{Q \geq 0} \Pi(Q) = pQ - K(Q)$$

Für ein inneres Optimum:

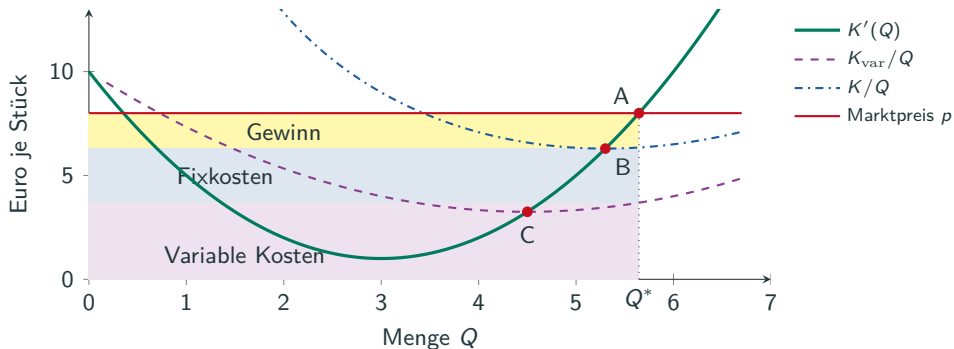
$$0 = \frac{d\Pi}{dQ} = \underbrace{\frac{dp}{dQ}}_{=0} Q + p - K'(Q) \Rightarrow \boxed{p = K'(Q)}.$$

Grenzkosten-Preis-Regel: Auf dem steigenden Ast der Grenzkosten liegt ein lokales Gewinnmaximum.

Zusätzlich ist der Gewinn mit dem bei **Stillstand** zu vergleichen: $\Pi(0) = -K_{\text{fix}}$.

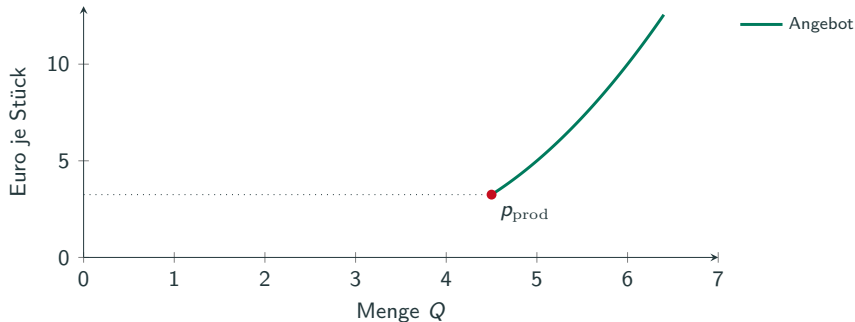


A: $p = K'(Q^*)$ auf dem steigenden Ast.



A: Gewinnmaximum; B: Gewinnschwelle; C: Produktionsschwelle.

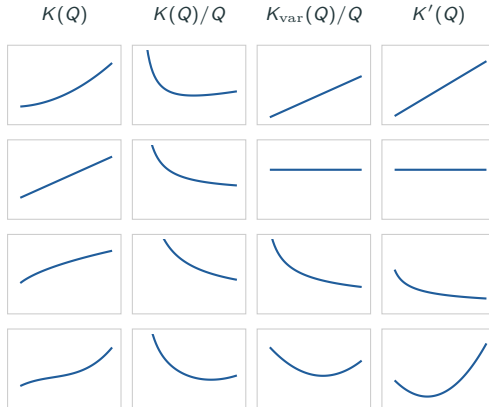
$$pQ^* = K_{\text{var}}(Q^*) + K_{\text{fix}} + \Pi(Q^*)$$



Die inverse Angebotsfunktion folgt den steigenden Grenzkosten **ab der Produktionsschwelle**.
Für $p < p_{\text{prod}}$ gilt $Q^* = 0$.

Begriff	Formel	Bedeutung
Grenzkosten	$K'(Q)$	Kosten einer zusätzlichen Einheit
Durchschnittskosten	$K(Q)/Q$	Gesamtkosten je Einheit
Variable Stückkosten	$K_{\text{var}}(Q)/Q$	Variable Kosten je Einheit
Fixe Stückkosten	K_{fix}/Q	Verteilte Fixkosten je Einheit

Bei linearen variablen Kosten $K_{\text{var}}(Q) = cQ$ sind variable Stückkosten und Grenzkosten gleich:
 $K_{\text{var}}/Q = K'(Q) = c.$



Progressiv: sinkende Fertigungseffizienz, etwa Überstunden, knappe Ackerflächen oder teurere Kraftwerke.

Linear: konstante variable Stückkosten, etwa Material ohne Skaleneffekte.

Degressiv: steigende Fertigungseffizienz durch effizientere Maschinen oder Lerneffekte.

Gemischt: zunächst degressiv, dann progressiv, etwa bei einem Dieselgenerator.

Gesamtkostenfunktion $K(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 5Q + 15$

Fixkosten $K_{\text{fix}} = 15$

Variable Kosten $K_{\text{var}}(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 5Q$

Grenzkosten $K'(Q) = Q^2 - 4Q + 5$

Durchschnittskosten $\frac{K(Q)}{Q} = \frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5 + \frac{15}{Q}$

Variable Stückkosten $\frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q} = \frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5$

Welche Angebotsmenge maximiert den Gewinn bei einem Marktpreis von $p = 10$?

$$\begin{aligned} 10 = p &= K'(Q) = Q^2 - 4Q + 5 \\ \Rightarrow Q^2 - 4Q - 5 &= 0 \\ \Rightarrow (Q - 2)^2 &= 9 \\ \Rightarrow Q &= 23.753953. \end{aligned}$$

Ergebnis: $Q^* = 5$. Die Lösung $Q = -1$ ist nicht zulässig.

Hier gilt $K''(5) = 6 > 0$. Außerdem ist $\Pi(5) = 55/3 > -15 = \Pi(0)$.

Unterhalb welchen Preises sollte die Produktion eingestellt werden?

$$\frac{d}{dQ} \left(\frac{K_{\text{var}}}{Q} \right) = \frac{d}{dQ} \left(\frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5 \right) = \frac{2}{3}Q - 2 = 0.$$

Damit gilt:

$$Q_{\text{prod}} = 3, \quad \boxed{p_{\text{prod}} = \frac{K_{\text{var}}(3)}{3} = 2}.$$

Alternative: $K_{\text{var}}/Q = K'(Q)$ lösen.

Bei $p < 2$ wird nicht produziert. Bei $p = 2$ sind Stillstand und Produktion von $Q = 3$ gleichwertig.

Monopol und Wohlfahrt

		Anzahl der Anbietenden	
Nachfragende	Eine*r	Wenige	Viele
Eine*r	Bilaterales Monopol	Beschränktes Nachfragemonopol	Nachfragemonopol
Wenige	Beschränktes Angebotsmonopol	Bilaterales Oligopol	Nachfrageoligopol
Viele	Angebotsmonopol	Angebotsoligopol	Polypol

Vollkommene Konkurrenz setzt zusätzlich unter anderem homogene Güter, vollständige Information und freien Marktzutritt voraus.

Die Firma beeinflusst über ihre Menge den Preis $p(Q)$:

$$\Pi(Q) = p(Q)Q - K(Q).$$

Die Bedingung für ein inneres Gewinnmaximum lautet:

$$0 = \Pi'(Q) = p'(Q)Q + p(Q) - K'(Q).$$

Mit der Preiselastizität $\eta_{p,Q} = (dQ/dp)(p/Q)$:

$$K'(Q) = E'(Q) = p \left(1 + \frac{1}{\eta_{p,Q}} \right).$$

Bei fallender Nachfrage liegt der Preis im inneren Optimum **über den Grenzkosten**.

$$\eta_{p,Q} = \frac{dQ_N}{dp} \frac{p}{Q_N} = \frac{\text{relative Änderung der Nachfragemenge}}{\text{relative Änderung des Preises}}.$$

$$-1 < \eta_{p,Q} \leq 0 \quad \text{Unelastische Nachfrage}$$

$$\eta_{p,Q} = -1 \quad \text{Einheitselastische Nachfrage}$$

$$\eta_{p,Q} < -1 \quad \text{Elastische Nachfrage}$$

Je größer der Betrag der Elastizität, desto stärker reagiert die Menge auf eine Preisänderung.

Die Nachfrage nach einem einzelnen Produkt ist häufig elastischer als die nach einer ganzen Produktgruppe, weil mehr Substitute verfügbar sind.

Für $a > 0$, $b > 0$ und $0 \leq Q \leq a/b$:

$$p(Q) = a - bQ \quad \text{inverse Nachfrage,}$$

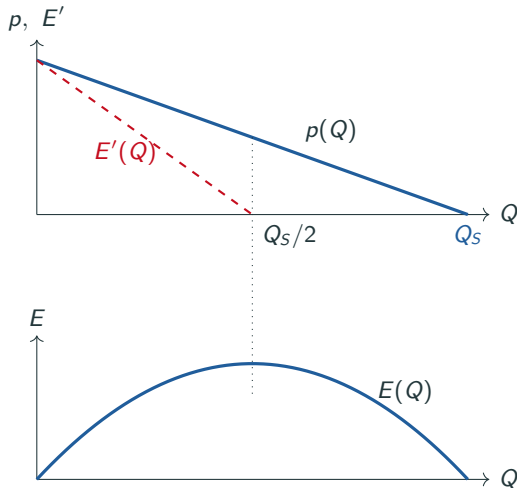
$$E(Q) = aQ - bQ^2 \quad \text{Erlös,}$$

$$E'(Q) = a - 2bQ \quad \text{Grenzerlös.}$$

Die Grenzerlöskurve hat denselben Achsenabschnitt, aber die **doppelte negative Steigung** der Preis-Absatz-Funktion.

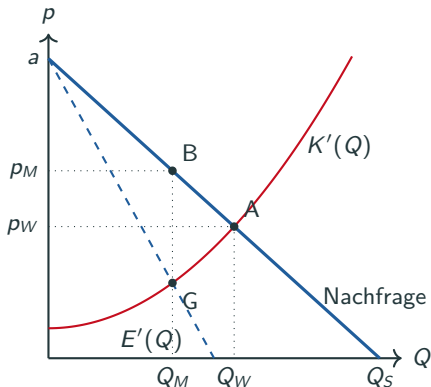
$$a - 2bQ = K'(Q)$$

im inneren Monopoloptimum.



$Q_S = a/b$: Sättigungsmenge.

- $Q < Q_S/2$: elastischer Bereich
- $Q = Q_S/2$: $\eta_{p,Q} = -1$, Erlösmaximum
- $Q > Q_S/2$: unelastischer Bereich



Monopol

1. Menge Q_M aus $E'(Q_M) = K'(Q_M)$ bestimmen (G).
2. Preis $p_M = p(Q_M)$ an der Nachfrage ablesen (B).

Wettbewerb

Bei A gilt $p(Q_W) = K'(Q_W)$.

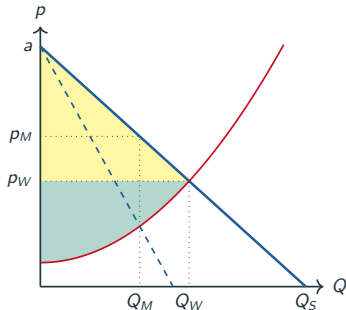
$$Q_M < Q_W, \quad p_M > p_W.$$

- **Konsumentenrente:** Zahlungsbereitschaft der Käufer*innen abzüglich ihrer tatsächlichen Ausgaben. Im Diagramm: Fläche unter der Nachfrage und über dem Marktpreis.
- **Produzentenrente:** Erlös abzüglich der variablen Kosten. Im Diagramm: Fläche über den Grenzkosten und unter dem Marktpreis bis zur verkauften Menge.

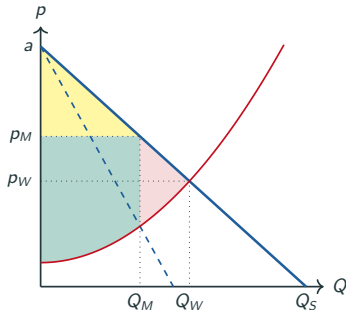
$$\text{Produzentenrente} = pQ - K_{\text{var}}(Q), \quad \Pi = \text{Produzentenrente} - K_{\text{fix}}.$$

Günstiger produzierende Anbieter erzielen einen höheren Überschuss. Dieser muss zunächst ihre Fixkosten decken, bevor ein Gewinn verbleibt.

Angebotspolypol



Angebotsmonopol

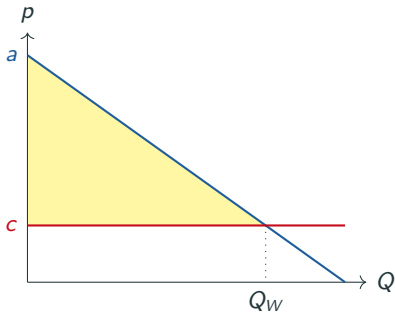


Gelb: Konsumentenrente. Grün: Produzentenrente. Rot: Wohlfahrtsverlust.

Das Monopol erhöht seine Produzentenrente durch eine geringere Menge und einen höheren Preis. Die gesamte Wohlfahrt sinkt.

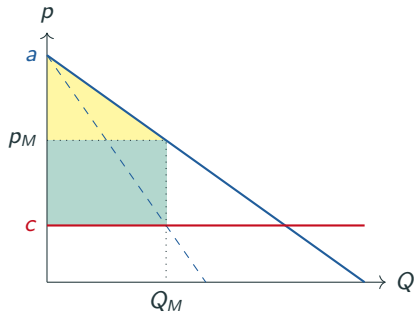
$$K(Q) = cQ, \quad p(Q) = a - bQ, \quad a > c \geq 0, \quad b > 0.$$

Angebotspolypol



$$p_W = c, \quad Q_W = \frac{a - c}{b}.$$

Angebotsmonopol



$$p_M = \frac{a + c}{2}, \quad Q_M = \frac{a - c}{2b}.$$

Cournot-Oligopol

Die **Angebotsmenge** ist die strategische Variable. Jede Firma maximiert ihren Gewinn bei gegebenen Mengen der anderen Firmen.

- Feste Anzahl von Anbietenden; im Duopol genau zwei
- Homogenes Gut und vollständige Information über das Modell
- Gleichzeitige Mengenentscheidungen
- Keine Kooperation oder Absprache zwischen den Firmen
- Jede Firma berücksichtigt ihren Einfluss auf den Marktpreis

Im Modell lassen sich Monopol und Polypol als Grenzfälle vergleichen.

Zwei identische Firmen produzieren die Mengen Q_1 und Q_2 :

$$K_1(Q_1) = cQ_1, \quad K_2(Q_2) = cQ_2.$$

Die inverse Nachfrage hängt von der **Gesamtmenge** ab:

$$p(Q_1 + Q_2) = a - b(Q_1 + Q_2), \quad a > c, \quad b > 0.$$

Die Gewinne sind:

$$\Pi_1(Q_1, Q_2) = [a - b(Q_1 + Q_2)]Q_1 - cQ_1,$$

$$\Pi_2(Q_1, Q_2) = [a - b(Q_1 + Q_2)]Q_2 - cQ_2.$$

Jede Firma hält bei ihrer Optimierung die Menge der anderen Firma konstant:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} &= a - c - 2bQ_1 - bQ_2 = 0, \\ \frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} &= a - c - bQ_1 - 2bQ_2 = 0.\end{aligned}$$

Subtraktion der Gleichungen liefert $Q_1 = Q_2$. Einsetzen ergibt:

$$\boxed{Q_1^* = Q_2^* = \frac{a - c}{3b}}, \quad \boxed{p^* = \frac{a + 2c}{3}}.$$

Die Gesamtmenge beträgt $Q^* = 2(a - c)/(3b)$. Wegen $\partial^2 \Pi_i / \partial Q_i^2 = -2b < 0$ maximiert jede Firma ihren Gewinn.

Für identische Firmen mit $K_i(Q_i) = cQ_i$ und $p(Q) = a - bQ$:

Marktform	Firmen	Preis	Menge je Firma	Gesamtmenge
Monopol	1	$\frac{a + c}{2}$	$\frac{a - c}{2b}$	$\frac{a - c}{2b}$
Duopol	2	$\frac{a + 2c}{3}$	$\frac{a - c}{3b}$	$\frac{2(a - c)}{3b}$
Oligopol	N	$\frac{a + Nc}{N + 1}$	$\frac{a - c}{b(N + 1)}$	$\frac{N(a - c)}{b(N + 1)}$
Polypol	$N \rightarrow \infty$	c	$\rightarrow 0$	$\frac{a - c}{b}$

Mit mehr Firmen sinkt der Preis in Richtung der Grenzkosten; die Gesamtmenge steigt.